

Доклад на тему:
«Математическая модель для представления критических
сочетаний событий»

Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратовский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

профессор, д. т. н., Резчиков Александр Федорович
доцент, к. ф.-м. н., Богомолов Алексей Сергеевич
студентка факультета КНиИТ Ибрагимов Мариам
Анваровна

2017 г.

Цель работы: определение математической модели для представления критических сочетаний событий и разработка программного обеспечения для перспективных систем обнаружения критических сочетаний разнородных событий, угрожающих личной безопасности.

Пусть дана система «субъект-среда».

Пусть $E = \{e_1, \dots, e_k\}$ в ней — множество неблагоприятных для субъекта событий.

Пусть $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ — множество средств противодействия субъекта событиям из множества E .

$A(e) \subseteq A$ — множество средств противодействия, каждое из которых может нейтрализовать событие e .

Если ни один из элементов $A(e)$ невозможно применить к моменту наступления e , то e — критическая ситуация.

Возможности противодействия событиям e_1, \dots, e_k путем применения средств a_1, \dots, a_n выражаются булевой матрицей:

$$A(E) = \begin{pmatrix} [A(E)]_{11} & \cdots & [A(E)]_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ [A(E)]_{k1} & \cdots & [A(E)]_{kn} \end{pmatrix}$$

$$\text{где } [A(E)]_{ij} = \begin{cases} 1, & a_j \in A(e_i) \\ 0, & a_j \notin A(e_i) \end{cases}, i \in \{1, \dots, k\}, j \in \{1, \dots, n\}.$$

Кроме того, для каждого средства противодействия $a \in A$ известно множество $E(a) \subseteq E$ событий, каждое из которых блокирует средство a . Это означает, что после наступления любого события $e \in E(a)$ применение средства a невозможно, пока не будет оказано противодействие событию e .

Возможности блокировки средств противодействия a_1, \dots, a_n событиям e_1, \dots, e_k выражаются булевой матрицей:

$$E(A) = \begin{pmatrix} [E(A)]_{11} & \cdots & [E(A)]_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ [E(A)]_{k1} & \cdots & [E(A)]_{kn} \end{pmatrix}$$

$$\text{где } [E(A)]_{ij} = \begin{cases} 1, & e_j \in E(a_i) \\ 0, & a_j \notin E(a_i) \end{cases}, i \in \{1, \dots, k\}, j \in \{1, \dots, n\}.$$

Подмножество $E' \subseteq E$ называется **критическим сочетанием**, если после возникновения этих событий хотя бы для одного из них будут заблокированы все средства противодействия.

Определены следующие типы критических сочетаний:

- Первый тип: когда для некоторого $e \in E'$ все средства из $A(e)$ заблокированы другими событиями из E' , противодействие которым также невозможно или заблокировано;
- Второй тип: если для нескольких событий, например, $e_1, e_2 \in E'$, доступно одно средство противодействия a , которое не может применяться к ним одновременно, поэтому какое-то из событий e_1, e_2 не получит противодействия, что в свою очередь приведет к аварии.

В качестве примера была рассмотрена ситуация на Чернобыльской АЭС, приведшая к аварии.

Рассматриваются следующие события:

- ❶ Концевой эффект, событие e_1 ;
- ❷ Неработающие датчики в нижней области реактора, событие e_2 ;
- ❸ Нарушение регламента, событие e_3 ;
- ❹ Возникновение горячего пятна, событие e_4 ;
- ❺ Скопление воды под реактором, событие e_5 ;
- ❻ Проникновение ядерного топлива под фундамент, событие e_6 ;
- ❼ Разрушение фундамента, событие e_7 ;
- ❽ Возгорание топлива реактора и его сильные выбросы в атмосферу, событие e_8 ;
- ❾ Падение вертолёт (съёмки, тушения) в условиях города или другой серьезный пожар, событие e_9 .

Противодействия угрозам:

- ❶ a_1 — соблюдение регламентированных режимов работы реактора;
- ❷ a_2 — применение аварийной защиты;
- ❸ a_3 — своевременное реагирование операторов на повышение температуры в нижней части активной зоны реактора;
- ❹ a_4 — откачивание воды из-под фундамента реактора;
- ❺ a_5 — рытье тоннеля под реактор;
- ❻ a_6 — укрепление фундамента;
- ❼ a_7 — детальное продумывание конструкции стержней аварийной защиты;
- ❽ a_8 — бригады пожаротушения.

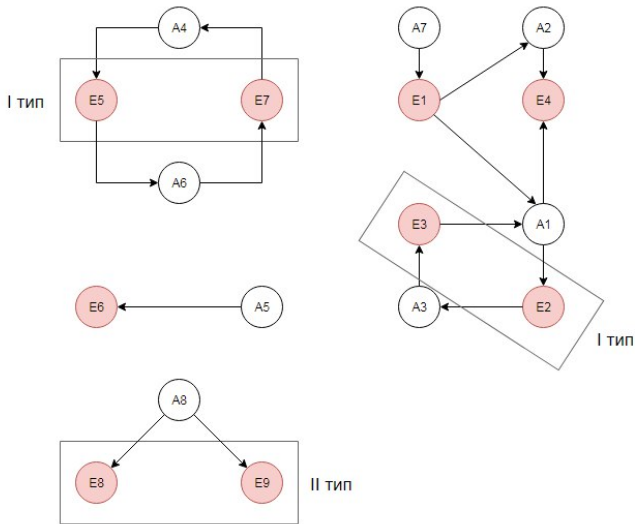


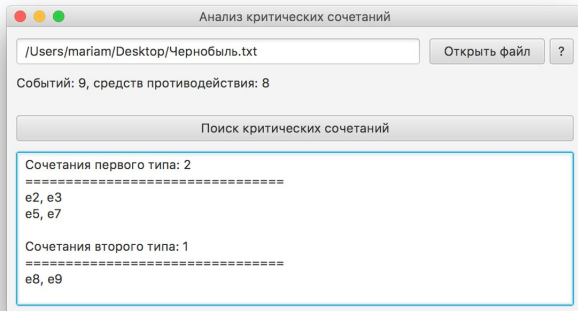
Рис.: Пример графа взаимодействия событий – Чернобыльская АЭС

Алгоритм нахождения критических сочетаний 1 типа состоит в нахождении циклов в связанном подграфе. Основой алгоритма является поиск в глубину. Асимптотическая сложность – $O((|A| + |E|)^3)$.

- 1 Запустим поиск в глубину от каждой вершины, при этом записывая порядок просмотра ORD и вершины, находящиеся в данный момент в стеке – ST . Изначально все вершины помечены, как новые ($ORD_V = 0$ для любой вершины V).
- 2 Добавим очередную вершину V в стек. Присвоим $ORD_V = MAX(ORD) + 1$. Пройдём все вершины U смежные ей. Если очередная вершина – новая ($ORD_U = 0$), добавим её в стек. Иначе, проверим условие обратной дуги: $U \in ST \wedge ORD_V > ORD_U$. Если условие выполняется, извлечём участок стека от U до V как найденный цикл.
- 3 Если стек остался пуст, закончить работу алгоритма.

Алгоритм нахождения критических сочетаний 2 типа
(асимптотическая сложность – $O(|A| * |E|)$):

- ❶ Пусть A — множество всех средств противодействия;
- ❷ Для каждого элемента A_i произведём проверку:
 - ❶ Пусть $A_i(E)$ — множество событий, предотвращаемых A_i ;
 - ❷ Для каждого события e_j из $A_i(E)$ проверим, что для всех средств противодействия a_k из $A(e_j) : E(a_k) \setminus A_i(E) = \emptyset$;
 - ❸ Если событий, удовлетворяющих условию 2.2 больше двух, они будут составлять крит. сочетание второго типа.



- 1 Разработана математическая модель возникновения критических сочетаний;
- 2 Разработаны алгоритмы поиска двух типов критических сочетаний, определённых моделью;
- 3 На основе полученных данных разработано программное обеспечение.



Клюев В. В., Резчиков А. Ф. Математические модели и информационные технологии предотвращения неблагоприятных сочетаний событий в критические периоды развития государства. — Вестник компьютерных и информационных технологий. 2017.



Резчиков А. Ф., Богомолов А. С. Критические сочетания событий — причины аварий в человеко-машинных системах. — Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2015. 2015.



Резчиков А. Ф., Богомолов А. С. Критические сочетания событий как причина аварий в человеко-машинных системах. — Проблемы управления, обработки и передачи информации. 2015.

Спасибо за внимание!